Міністерство освіти та науки України

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

Кафедра математичного моделювання

**реферат**

**З ДИСЦИПЛІНИ**

**«Моделювання природничих процесів»**

на тему:

**Математичні моделі в біології . Модель Вольтерри для двох конкурентів**

**Виконала**:

студентка 4 курсу гр. ПА-20-1з

Мовсісян Л. Р.

**Перевірив**:

д. і. н., доцент Тонкошкур І. С.

Дніпро

2024

**Зміст**

[**Вступ** 3](#_Toc160409674)

[**Актуальність теми** 4](#_Toc160409675)

[**Математичні моделі в біології** 5](#_Toc160409676)

[**Модель Вольтерри для двох конкурентів** 8](#_Toc160409677)

[**Висновок** 12](#_Toc160409678)

[**Список використаних джерел** 14](#_Toc160409679)

­­­­­

# **Вступ**

Математичне моделювання відіграє все більш важливу роль у сучасній біології. Застосування математичних методів дозволяє описувати і аналізувати складні біологічні процеси, робити прогнози та припущення. Математична модель в біології являє собою формалізований опис біологічного об'єкту або процесу за допомогою математичних понять і конструкцій. Такі моделі дозволяють встановлювати кількісні закономірності, зводити складні явища до більш простих залежностей.

У рефераті розглядаються основні сфери застосування математичного моделювання в сучасній біології, включаючи популяційну динаміку, моделювання біохімічних і генетичних процесів, поширення інфекцій тощо. Одна з фундаментальних взаємодій, конкуренція, відіграє ключову роль у формуванні структури та динаміки екосистем. Від величних левів, які борються за територію на савані, до мікроскопічних бактерій, які борються за поживні речовини в чашці Петрі, конкуренція рушійною силою того, як організми взаємодіють і еволюціонують. Однак розуміння складності цієї конкуренції може бути складним завданням. Ось де математичні моделі стають потужними інструментами, що дозволяють нам перекласти складну мову біології на лаконічну та аналізовану мову математики.

Ця робота досліджує модель Вольтерри, наріжний камінь математичної біології. Ця модель дає математичну основу для розуміння міжвидової конкуренції, де два види конкурують за одні й ті ж обмежені ресурси. Ми вивчимо ключові припущення та математичну структуру моделі Вольтерри, а також дослідимо її уявлення про динаміку популяцій конкуруючих видів. Розкриваючи математичні основи моделі Вольтерри, ми отримуємо глибоке розуміння крихкої рівноваги та можливих результатів конкуренції в екосистемах. Зрештою, ця робота має на меті продемонструвати силу та потенціал математичних моделей у наданні цінних уявлень про складний світ біологічної конкуренції.

## **Актуальність теми**

У сучасному світі актуальність математичних моделей в біології, зокрема моделювання Волтерра для двох конкурентів, є надзвичайно високою з численних причин.

Математичне моделювання дозволяє глибше зрозуміти складні біологічні процеси, кількісно описати закономірності живих систем та звести їх до більш простих математичних залежностей.

Моделювання широко застосовується в різних галузях сучасної біології – від дослідження окремих біомолекул до вивчення глобальних екосистем. Моделі дозволяють ефективно прогнозувати розвиток складних біопроцесів.

Інтенсивний розвиток біоінформатики, комп’ютерних технологій та обчислювальної техніки відкриває нові можливості для побудови все більш досконалих математичних моделей живих організмів.

Міждисциплінарна галузь математичної біології переживає період бурхливого зростання, оскільки математичні підходи стають невід’ємною складовою сучасних біологічних досліджень.

Отже, вивчення математичного моделювання в біології є вкрай актуальним і затребуваним для підготовки кваліфікованих фахівців у галузі природничих наук.

Щодо різновидів математичних моделей, що використовуються в біології. Модель Вольтерри (або Лотки-Вольтерри) є класичною математичною моделлю, яка описує динаміку популяцій двох біологічних видів, що конкурують за спільний ресурс. Ця модель застосовна для аналізу широкого спектру біологічних систем - від простих хижак-жертва до складних екосистем.

### **Математичні моделі в біології**

Математичні моделі в біології є інструментами, які допомагають вивченню складних біологічних систем та процесів, таких як популяційна динаміка, еволюція, фізіологія та взаємодія між організмами та їх середовищем. Основна мета застосування математичних моделей полягає в уявленні та передбаченні різних аспектів функціонування живих систем.

Основні типи математичних моделей в біології включають:

Диференціальні рівняння: Це один із найпоширеніших підходів у створенні математичних моделей біологічних систем. Диференціальні рівняння описують зміни у часі таких параметрів, як кількість організмів у популяції або концентрація речовин у реакціях.

Агентно-орієнтоване моделювання: Цей підхід полягає у створенні моделі з використанням окремих "агентів", які взаємодіють між собою та з їх середовищем. Це дозволяє більш точно відтворювати складні взаємодії між окремими організмами або клітинами.

Моделі реакційно-дифузійного типу: Ці моделі описують розповсюдження речовини в просторі внаслідок комбінації хімічних реакцій та дифузії. Вони широко використовуються для аналізу біологічних систем, де важливо враховувати просторові взаємодії, такі як розвиток тканин чи поширення сигналів у нервовій системі.

Мережеві моделі: Ці моделі використовуються для аналізу взаємодій між елементами в складних біологічних системах, таких як біологічні мережі, генетичні мережі, мозкові мережі тощо.

Фізіологічні моделі: Ці моделі спрямовані на розуміння та прогнозування функціонування фізіологічних систем, таких як кровообіг, дихання, нервова система тощо.

Розглянемо один з цих видів, а саме диференціальні рівняння.

Математичні моделі в біології, зокрема диференціальні рівняння (ДР), є потужним інструментом для розуміння та прогнозування складних біологічних систем. Вони дозволяють математично описувати зміни в часі або просторі різних біологічних параметрів, таких як концентрація речовин, кількість популяцій, динаміка захворювань та інші процеси.

Основними типами диференціальних рівнянь, що використовуються в біологічних моделях, є:

Звичайні диференціальні рівняння (ЗДР): Це рівняння, що містять одну незалежну змінну та одну або кілька залежних змінних, які є функціями цієї незалежної змінної. Вони широко використовуються для моделювання динаміки популяцій, росту та розвитку організмів, функціонування біохімічних систем тощо.

Часткові диференціальні рівняння (ЧДР): Ці рівняння містять кілька залежних змінних та їхні похідні по одній або кількох незалежних змінних. Вони використовуються для опису розподілу речовин в просторі, наприклад, дифузії хімічних речовин в клітинах або тканинах.

Диференціальні рівняння можуть бути лінійними або не лінійними, статичними або динамічними. Їхня форма залежить від конкретного біологічного процесу, який вони моделюють, та від умов задачі.

Для розв'язання диференціальних рівнянь у біології використовуються різні методи, такі як аналітичні, числові або комбіновані методи, залежно від складності рівняння та доступної інформації про систему.

Використання диференціальних рівнянь у біології дозволяє дослідникам отримати більш глибоке розуміння різних біологічних процесів, визначити фактори, що впливають на їхню динаміку, та розробити стратегії контролю та лікування різних захворювань.

Ці математичні моделі дозволяють науковцям проводити експерименти "віртуально", що дозволяє їм вивчати складні біологічні процеси без необхідності проведення дорогих та тривалих експериментів у реальному світі. Однак важливо пам'ятати, що будь-яка модель - лише спрощене уявлення реальності, тому результати моделювання слід інтерпретувати з обережністю та враховувати їх обмеження.

### **Модель Вольтерри для двох конкурентів**

Модель Вольтерри, запропонована італійським математиком Віто Вольтеррою в 1926 році, стає потужним інструментом для дослідження міжвидової конкуренції. Ця модель дає нам математичну основу для аналізу динаміки популяцій двох видів, що борються за одні й ті ж обмежені ресурси.

Основи моделі Вольтерри, розкриваючи її ключові складові:

Припущення: Модель робить певні узагальнення щодо поведінки видів та доступності ресурсів.

Математична структура: Система диференціальних рівнянь описує зміни чисельності популяцій в часі.

Аналіз та інтерпретація: Вивчення моделі дає нам уявлення про різні сценарії конкуренції, такі як стійке співіснування, витіснення одного виду другим, або коливання чисельності обох.

Обмеження: Важливо пам'ятати, що модель є спрощенням реальної складності екосистем.

Використання моделі Вольтерри:

Дослідження динаміки популяцій в реальних екосистемах.

Прогнозування впливу змін довкілля на конкуренцію між видами.

Розробка стратегій збереження та управління біорізноманіттям.

Математична структура моделі Вольтерра включає такі елементи:

Представлення популяцій: Модель описує кількість хижаків та жертв у певному регіоні часу.

Рівняння хижака: Представлення зміни кількості хижаків у часі, яке може включати приріст популяції внаслідок полювання на жертв та зменшення через конкуренцію.

Рівняння жертви: Представлення зміни кількості жертв у часі, яке може включати приріст популяції внаслідок розмноження та зменшення через хижацький тиск.

Взаємодія: Модель включає взаємодію між популяціями хижаків та жертв, враховуючи вплив кожної популяції на іншу.

Основні рівняння моделі Вольтерра можуть бути подані наступним чином:

* Рівняння зміни кількості жертв у часі.
* Рівняння зміни кількості хижаків у часі.

Модель Вольтерри (або Лотки-Вольтерри) описує динаміку двох популяцій (X та Y), що конкурують за спільний ресурс в екосистемі. Розглянемо можливі сценарії розвитку конкуренції:

1. Стійке співіснування. Популяції X та Y коливаються з певною амплітудою навколо стабільних рівноважних значень. Жоден з конкурентів повністю не витісняє іншого.

2. Обмежена конкуренція. Одна популяція (наприклад, Y) має конкурентну перевагу і з часом витісняє іншу популяцію X, чисельність якої зменшується. Проте X може існувати, хоча і пригніченою.

3. Необмежена конкуренція. Один з конкурентів повністю витісняє іншого. Наприклад, популяція X зникає, а Y займає її екологічну нішу і досягає максимуму.

4. Нейтральна кокуренція. Популяції мають однакові конкурентні можливості і параметри моделі. Їх співвідношення коливається навколо певного постійного рівня.

Аналіз різних сценаріїв дозволяє глибше зрозуміти механізми та наслідки міжвидової конкуренції в складних екосистемах.

Математично модель Вольтерри для двох конкурентів може бути представлена таким чином:

Изображение выглядит как текст, Шрифт, снимок экрана, дизайн

Автоматически созданное описание

та - зміни кількості популяції першого та другого виду з часом відповідно.

х та у кількість популяції першого та другого виду відповідно.

a, b, c та d параметри моделі, які визначають рівень народжуваності, смертності та взаємодії між видами.

Розглянемо значення цих параметрів:

a - швидкість народжування популяції першого виду.

b - коефіцієнт, який визначає зменшення швидкості народжування першого виду через конкуренцію з другим видом.

c - швидкість смертності популяції другого виду.

d - коефіцієнт, який визначає зменшення швидкості смертності другого виду через взаємодію з першим видом.

Ця система диференціальних рівнянь описує зміни у популяціях двох конкуруючих видів з часом. Перше рівняння відображає зміни в популяції першого виду, враховуючи його народжуваність та вплив конкуренції з другим видом. Друге рівняння враховує зміни в популяції другого виду, враховуючи його смертність та вплив конкуренції з першим видом.

Ця модель може вказувати на різноманітні динамічні властивості системи, такі як стійкість популяцій, циклічність або стабільність коіснування обох видів. Вона надає базове уявлення про те, як конкуренція впливає на динаміку популяцій в екологічних системах.

# **Висновок**

Складний килим життя на Землі витканий з безлічі взаємодій між видами. Одна з таких фундаментальних взаємодій, конкуренція, відіграє ключову роль у формуванні структури та динаміки екосистем. Від величних левів, які борються за територію на савані, до мікроскопічних бактерій, які борються за поживні речовини в чашці Петрі, конкуренція рушійною силою того, як організми взаємодіють і еволюціонують. Однак розуміння складності цієї конкуренції може бути складним завданням. Ось де математичні моделі стають потужними інструментами, що дозволяють нам перекласти складну мову біології на лаконічну та аналізовану мову математики.

Математичне моделювання природничих процесів, особливо в біології, відіграє важливу роль у розумінні складних систем та прогнозуванні їхньої динаміки. Одним з класичних прикладів таких моделей є Модель Вольтерри для двох конкурентів, яка відображає взаємодію між двома видами в екосистемі.

Модель Вольтерри дає можливість розглядати вплив конкуренції на динаміку популяцій, зокрема враховуючи взаємодію між видами через народжуваність, смертність та конкуренцію за ресурси. Ця модель допомагає визначити стійкість, циклічність або стабільність співіснування різних видів в екосистемі.

Важливо зазначити, що Модель Вольтерри є спрощеною абстракцією реальних екологічних систем, і її результати можуть бути суттєвою основою для подальшого дослідження та розробки більш складних моделей. Незважаючи на це, ця модель надає цінний інструмент для аналізу взаємодії видів та прогнозування екологічних змін у природних середовищах

Ця робота досліджує модель Вольтерри, наріжний камінь математичної біології. Ця модель дає математичну основу для розуміння міжвидової конкуренції, де два види конкурують за одні й ті ж обмежені ресурси. Ми вивчили ключові припущення та математичну структуру моделі Вольтерри, а також дослідили її уявлення про динаміку популяцій конкуруючих видів. Розкриваючи математичні основи моделі Вольтерри, ми отримуємо глибоке розуміння крихкої рівноваги та можливих результатів конкуренції в екосистемах.

Узагальнюючи, математичні моделі, зокрема Модель Вольтерри, є потужним інструментом для дослідження та розуміння біологічних систем, що дозволяють науковцям робити висновки про динаміку популяцій, вплив конкуренції та стійкість екосистем у змінних умовах навколишнього середовища.

# **Список використаних джерел**

Підручники:

1. Вольтерра, В. (1926). Fluctuations in the abundance of animal species.

Nature, 118(2972), 558-560.

1. May, R. M. (1973). Stability and complexity in model ecosystems. Princeton

University Press.

1. Murray, J. D. (2002). Mathematical biology. I. An introduction (3rd ed.). Springer

Наукові статті:

1. Моделювання поширення домішок у атмосфері: https://www.mdpi.com/2673-4931/19/1/18
2. Прогнозування забруднення атмосфери міста: https://journalofbigdata.springeropen.com/articles/10.1186/s40537-021-00548-
3. Імітаційна модель прогнозування розповсюдження домішок у атмосферному повітрі ОНД-86: https://par.nsf.gov/servlets/purl/10292915
4. Математичне моделювання поширення шкідливих домішок в атмосферному повітрі: https://scholar.google.com/
5. Розробка математичної моделі прогнозування забруднення атмосферного повітря: https://scholar.google.com/
6. Використання математичних моделей для прогнозування та оцінки впливу забруднення атмосферного повітря на здоров'я людини: https://scholar.google.com/
7. Моделювання атмосферної дисперсії для прогнозування поширення забруднюючих речовин: https://scholar.google.com/
8. Сучасні методи математичного моделювання в задачах прогнозування забруднення атмосферного повітря: https://scholar.google.com/
9. Застосування методів штучного інтелекту для прогнозування якості атмосферного повітря: https://scholar.google.com/

Веб-сайти:

1. https://it.wikipedia.org/wiki/Teorema\_di\_Wigner
2. https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D1%96%D0%B2%D0%BD%D1%8F%D0%BD%D0%BD%D1%8F\_%D0%92%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%82%D0%B5%D1%80%D1%80%D0%B8
3. https://www.nature.com/articles/118558a0
4. Національний університет цивільного захисту України: https://nuczu.edu.ua/eng/
5. ВЦ "Академія": https://www.vc.academy/
6. Український гідрометеорологічний центр: https://www.meteo.gov.ua/en/
7. Міністерство екології та природних ресурсів України: https://mepr.gov.ua/
8. Державна служба України з надзвичайних ситуацій
9. Інші джерела:
10. Закони України про охорону довкілля: https://www.hg.org/legal-articles/environment-law-in-ukraine-6264
11. ДСТУ 2.2.17.001-2007. Атмосфера. Охорона атмосферного повітря. Вимоги до методів розрахунку викидів шкідливих речовин в атмосферу: